Istruzioni

1. La gara teorica ha una durata di 4 ore ed è valutata su un totale di 180 punti.

2. Vengono forniti **fogli di lavoro** per lo svolgimento degli esercizi. Su **ciascuno dei fogli di lavoro**, riportate:
    - Codice studente
    - Domanda n.
    - Pagina n.

3. Iniziate ogni problema su una nuova pagina di un foglio di lavoro. Scrivete solo sul lato stampato del foglio. Non utilizzate il retro. Se in un foglio avete scritto qualcosa che non volete sia valutato, cancellatelo.

4. Ricordate che i valutatori potrebbero non capire la vostra lingua. Per quanto possibile, scrivete le soluzioni solo con espressioni matematiche e numeri. Se è necessario spiegare qualcosa a parole, utilizzate frasi brevi (se possibile in inglese).

5. Non è consentito allontanarsi dal proprio banco d'esame senza autorizzazione. In caso di necessità di assistenza (calcolatrice non funzionante, necessità di andare alla toilette, necessità di altri fogli di lavoro, ecc.), alzate la mano e segnalate ai sorveglianti la vostra necessità.

6. L'inizio e la fine della gara saranno segnalati dal suono prolungato di una campanella. Inoltre, ci sarà un breve suono della campanella quindici minuti prima della fine della gara (ovvero, prima dell'ultimo suono lungo della campanella).

7. Attendete al vostro tavolo finché non vi verrà ritirata la busta. Una volta raccolte tutte le buste, la vostra guida vi accompagnerà fuori dalla sala di gara.

8. L'elenco delle costanti è riportato nella pagina successiva.

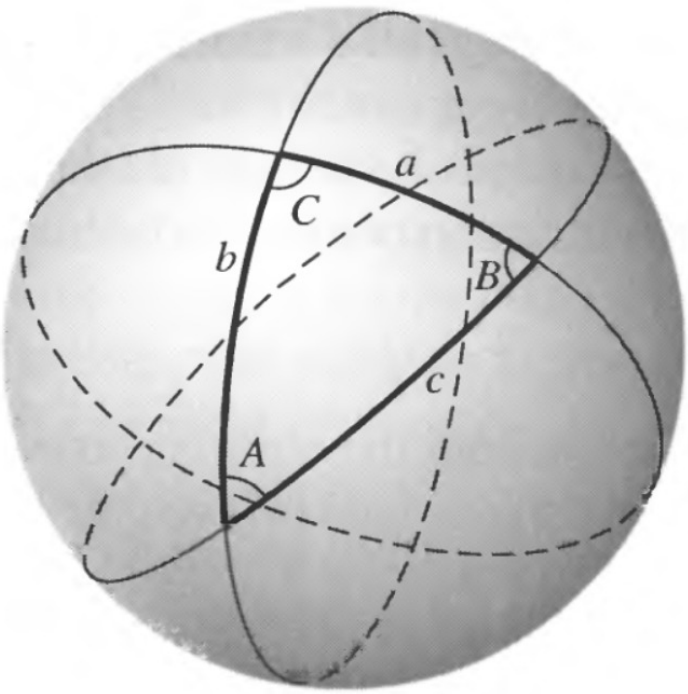
9. L'esame prevede 9 (nove) problemi su 13 (tredici) pagine.

Costanti fondamentali

Costante di gravitazione universale	$G = 6.674 \times 10^{-11}\ \mathrm{N\ m^2\ kg^{-2}}$
Legge dello spostamento di Wien	$\lambda_m T = 2.898 \times 10^{-3}\ \mathrm{m\ K}$

Trigonometria sferica

Teorema del coseno sferico	$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$
Teorema del seno sferico	$\frac{\sin A}{\sin a} = \frac{\sin B}{\sin b} = \frac{\sin C}{\sin c}$
Formula della cotangente	$\cot b \sin a = \cos a \cos C + \sin C \cot B$



Dati astronomici

1 parsec	$1 \text{ pc} = 3.086 \times 10^{16} \text{ m} = 206265\, UA = 3.262$ *anni luce*
1 unità astronomica (UA)	$1\, UA = 1.496 \times 10^{11} \text{ m}$
Luminosità solare	$L_{\odot} = 3.826 \times 10^{26} \text{ W}$
Obliquità dell'eclittica (Terra)	$\varepsilon = 23.44^{\circ}$
1 giorno siderale	$23^{\text{h}}\, 56^{\text{m}}\, 04^{\text{s}}$
1 anno tropico	365.2422 giorni solari
1 anno siderale	365.2564 giorni solari
rifrazione atmosferica	34'

Sistema Solare

Oggetto	Raggio medio (km)	Massa (kg)	Semiasse maggiore (UA)	Albedo
Sole	695500	1.988×10^{30}	---	---
Terra	6378	5.972×10^{24}	1.000	0.30
Luna	1737	7.346×10^{22}	$3.844 \times 10^{5} \text{ km}$	0.11
Marte	3390	6.417×10^{23}	1.524	0.25

T1: Sistema binario (10 punti)

Due stelle A e B, che formano un sistema binario non a eclisse, hanno i picchi dei loro spettri di radiazione di corpo nero rispettivamente a 650 nm e 400 nm. Sappiamo anche che il raggio della stella A è il doppio del raggio della stella B.

a. Calcolate la differenza tra le magnitudini assolute delle stelle A e B.

b. Sapendo che la magnitudine assoluta complessiva del sistema binario è 0.00, calcolate la magnitudine assoluta di ciascuna delle due stelle.

T2: La velocità dell'asteroide (10 punti)

Un asteroide si muove su un'orbita ellittica intorno al Sole. La sua velocità orbitale massima è 19.00 km/s e quella minima è 14.00 km/s.

a. Calcolate l'eccentricità dell'orbita dell'asteroide.

b. Qual è la velocità dell'asteroide quando si trova esattamente in uno dei due estremi dell'asse minore della sua orbita?

c. Una cometa proveniente dal confine esterno del nostro Sistema Solare raggiunge il perielio della propria orbita con una velocità di 90.00 km/s. In quell'istante l'asteroide si trova al proprio afelio e la cometa, il Sole e l'asteroide sono allineati in quest'ordine: cometa-Sole-asteroide. Calcolate la distanza tra la cometa e l'asteroide.

T3: Dove si trova Teodoro? (10 Punti)

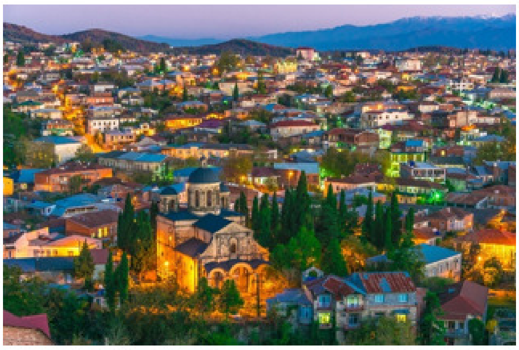
Teodoro si trova in una città a caso da qualche parte nel mondo. Utilizzando le sue conoscenze di geografia, restringe le possibili località alle quattro città elencate di seguito. Poi, il 20 ottobre, misura il tempo che intercorre tra l'alba e il tramonto e trova che esso è t = 10h 42m.

Potete aiutarlo a capire in quale città si trova? Ignorate la rifrazione atmosferica e le dimensioni apparenti del Sole.

a. Calcolate le coordinate equatoriali del Sole in quella data. (Considerate che il Sole si muove sull'eclittica con velocità costante dall'equinozio d'autunno in poi).

b. In base alla durata delle ore di luce misurata (t), determinate in quale delle quattro città si trova Teodoro.

c. Lo stesso giorno, nel momento esatto in cui il Sole tramonta per Teodoro, in quale punto della Terra il Sole è esattamente sulla verticale del luogo? Determinate le coordinate geografiche di tale punto.



1)Kutaisi (φ=42.27° N, L=42.66° E)

2)Vassouras (φ=22.41° S,L=43.66° W)

3)Mumbai (φ=18.96° N, L=72.83° E)

4)Chorzów (φ= 50.31° N, L=18.97° E)

T4: Esplorare i NEA (10 punti)

Gli asteroidi "Near Earth Asteroids - NEA" sono piccoli corpi rocciosi che orbitano intorno al Sole vicino all'orbita della Terra. Una missione scientifica progettata per studiare i NEA si avvicinerà a uno di essi a una distanza di Δ_c = 100 m. Uno degli strumenti a bordo della missione è un rivelatore CCD, chiamato Asteroid Framer (AF), che registra immagini nella banda V a una lunghezza d'onda effettiva di λ = 550 nm. Dopo il lancio della missione, gli scienziati hanno condotto i primi test acquisendo immagini della Terra con il rivelatore AF avente un diametro D = 10 mm. In quel momento, il veicolo spaziale si trovava a una distanza d = 1.5×10^6 km dalla Terra. Il diametro della Terra sull'immagine occupava $\alpha_\oplus$ = 60 pixel.

a. Calcolate la scala dell'immagine in arcosecondi per pixel.

b. Stimate il diametro lineare della più piccola caratteristica superficiale che può essere osservata sull'asteroide al massimo avvicinamento del veicolo spaziale.

Durante i test, l'immagine della Terra è stata leggermente sovraesposta con un tempo di acquisizione di 10 s e leggermente sottoesposta con un tempo di acquisizione di 0.5 s. L'albedo stimato dell'asteroide è A = 0.10. Ignorate l'angolo di fase.

Nota: supponete che l'intensità del segnale rilevato dalla fotocamera sia proporzionale alla luminosità della superficie dell'oggetto e al tempo di acquisizione, e che la luminosità della superficie sia proporzionale all'albedo diviso per il quadrato della distanza dal Sole.

c. Determinate l'intervallo di tempo di acquisizione dell'immagine del NEA per osservarlo senza sottoesporre o sovraesporre l'immagine, quando l'asteroide si troverà a una distanza r_{NEA} = 1.20 UA dal Sole.

T5: Il Monte Ceahlau (15 Punti)

Il Monte Ceahlau si trova nella Contea di Neamt, non lontano dalla città di Piatra Neamt. Un osservatore sulla cima del monte (ϕ = 46° 53′ 57″ N, L = 26° 24′ 41″ E, altitudine h = 1907 m sul livello del mare), guarda il cielo stellato e osserva la stella Almach nella costellazione di Andromeda. Tenendo conto della rifrazione atmosferica:

a. Determinate se, dalla cima del Monte Ceahlau, la stella Almach (γ And, $\alpha = 02^h\,03^m\,54^s$, δ = 42° 19′ 47″) risulta circumpolare. Il raggio della Terra vale $R_\oplus$ = 6378 km.

b. Nel 1778 è stato scoperto che γ And è una stella doppia. Le due stelle sono separate da un angolo di circa 10″. Quale dovrebbe essere il diametro dell'obiettivo di un telescopio per vedere distintamente le due componenti (alla lunghezza d'onda λ = 550 nm)?

c. In seguito si è scoperto che la stella Almach è un sistema stellare multiplo costituito dalla componente primaria γ_1 (A) con magnitudine apparente m_1 = 2.27 e da un sottosistema γ_2 con magnitudine apparente m_2 = 4.84. Calcolate la magnitudine apparente combinata del sistema $\gamma_1 + \gamma_2$.

d. Qual è la magnitudine assoluta del sistema, sapendo che esso si trova a circa 355 anni luce di distanza?

T6: L'Aquila volante (15 punti)

Radu osserva il cielo notturno da Aveiro (ϕ = 40.67° N; L = 8.65° O) nel 2024. Durante le sue osservazioni vede Altair (α_{Altair} = 19h 51m; δ_{Altair} = 8° 55′ 50″) sorgere all'ora solare locale $T_{Locale,1}$ = 22:39:43. Più tardi, all'ora solare locale $T_{Locale,2}$ = 02:42:58, osserva che Altair e Arturo ($\delta_{Arcturus}$ = 19° 33′ 6″) si trovano alla stessa altezza sull'orizzonte. Le osservazioni sono effettuate dal livello del mare. Ignorate gli effetti atmosferici.

a. Calcolate il tempo siderale locale al momento del sorgere di Altair.

b. Calcolate la data al momento del sorgere di Altair. Ignorate l'equazione del tempo e considerate che l'ascensione retta del Sole aumenta uniformemente durante l'anno al ritmo di 3m 56s al giorno. L'equinozio di primavera si verifica il 21 marzo.

c. Calcolate l'ascensione retta di Arturo. Tenete conto del fatto che Arturo si trova nell'emisfero occidentale del cielo al tempo $T_{Locale,2}$.

Nota: nella soluzione, utilizzate la seguente notazione: a = altezza sull'orizzonte; H = angolo orario; δ = declinazione; α = ascensione retta.

T7: Eclissi di Luna (30 Punti)

Il 7 settembre 2025 si è verificata un'eclissi totale di Luna, visibile da Australia, Asia, Africa ed Europa. Di seguito è riportato uno schema dettagliato dell'eclissi (Figura 7A), ottenuto dal sito web eclipsewise.com di Fred Espenak, dedicato alle previsioni delle eclissi. Sulla base dello schema, rispondete alle seguenti domande:

a. Misurate l'inclinazione tra l'orbita della Luna intorno alla Terra e il piano dell'eclittica. Assumete l'orbita della Luna circolare.

b. Durante la fase di totalità dell'eclissi, la Luna appare di colore rosso. Quali dei seguenti fattori sono necessari per spiegare il colore rosso? Scrivete le lettere corrispondenti nel foglio delle risposte:
   A. Densità dell'atmosfera
   B. Albedo della Luna
   C. Raggio orbitale della Luna
   D. Albedo della Terra
   E. Temperatura effettiva del Sole

c. Misurate il diametro angolare della Luna. Usando il valore del raggio della Luna, calcolate la distanza Terra-Luna durante l'eclissi, misurata in chilometri.

d. Misurate il diametro angolare dell'ombra della Terra e il diametro angolare della penombra della Terra.

e. Qual è la velocità angolare istantanea della Luna rispetto a un osservatore geocentrico, durante la fase di totalità dell'eclissi? Fornite la risposta in minuti d'arco all'ora ('/h).

f. Il 26 giugno 2029 si verificherà un'eclissi totale centrale di Luna. Ciò significa che il centro del disco della Luna passerà attraverso l'asse dell'ombra della Terra (vedi figura 7B). Ipotizzando che la velocità angolare sia la stessa per le due eclissi, in che percentuale l'eclissi totale di Luna del 2029 durerà di più di quella del 2025 (percentuale da calcolare sulla durata della fase di totalità dell'eclissi del 2025)?

g. Calcolate la durata totale dell'eclissi del 2029 (dal primo all'ultimo contatto delle fasi di penombra).

Figura 7A

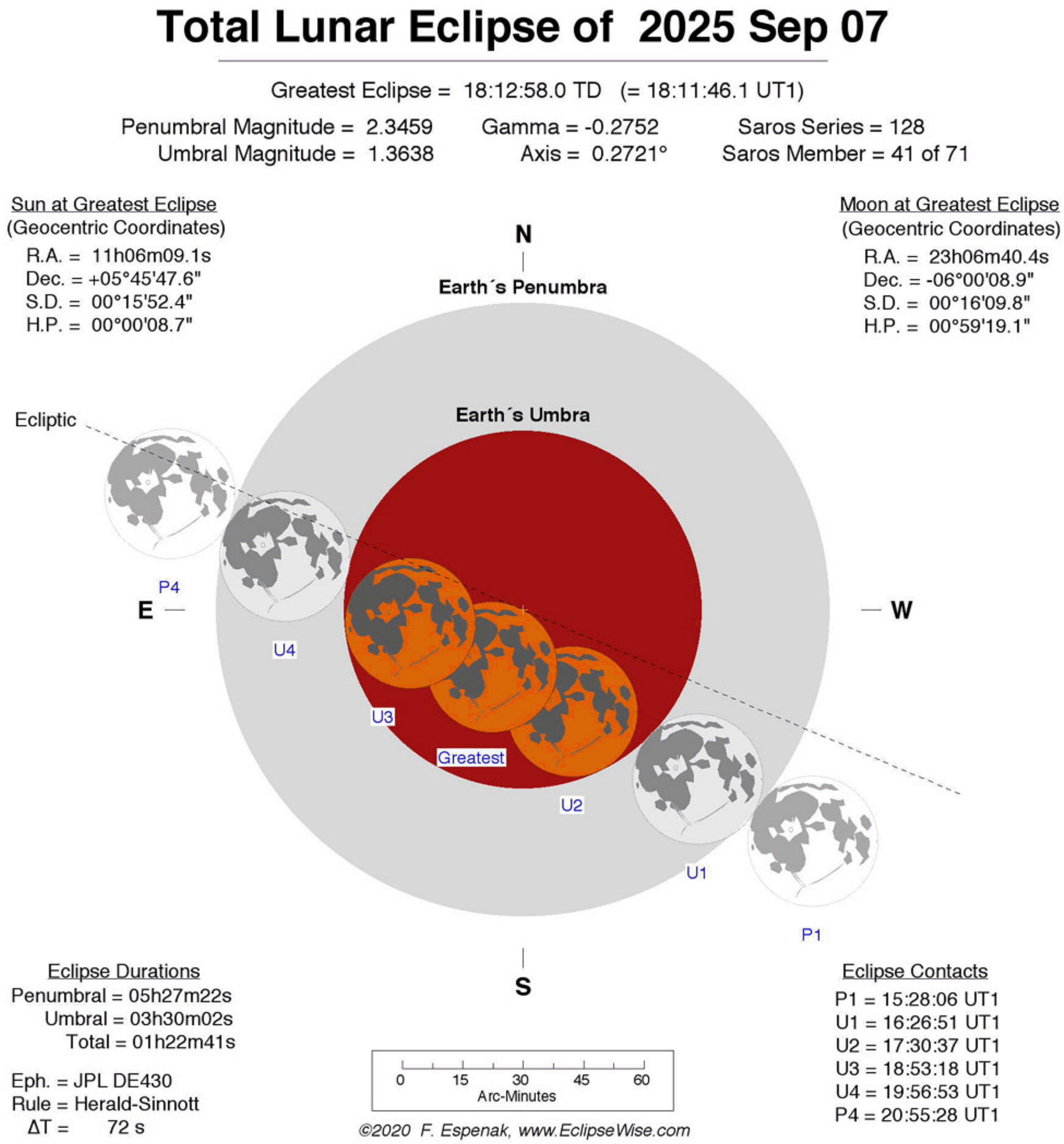
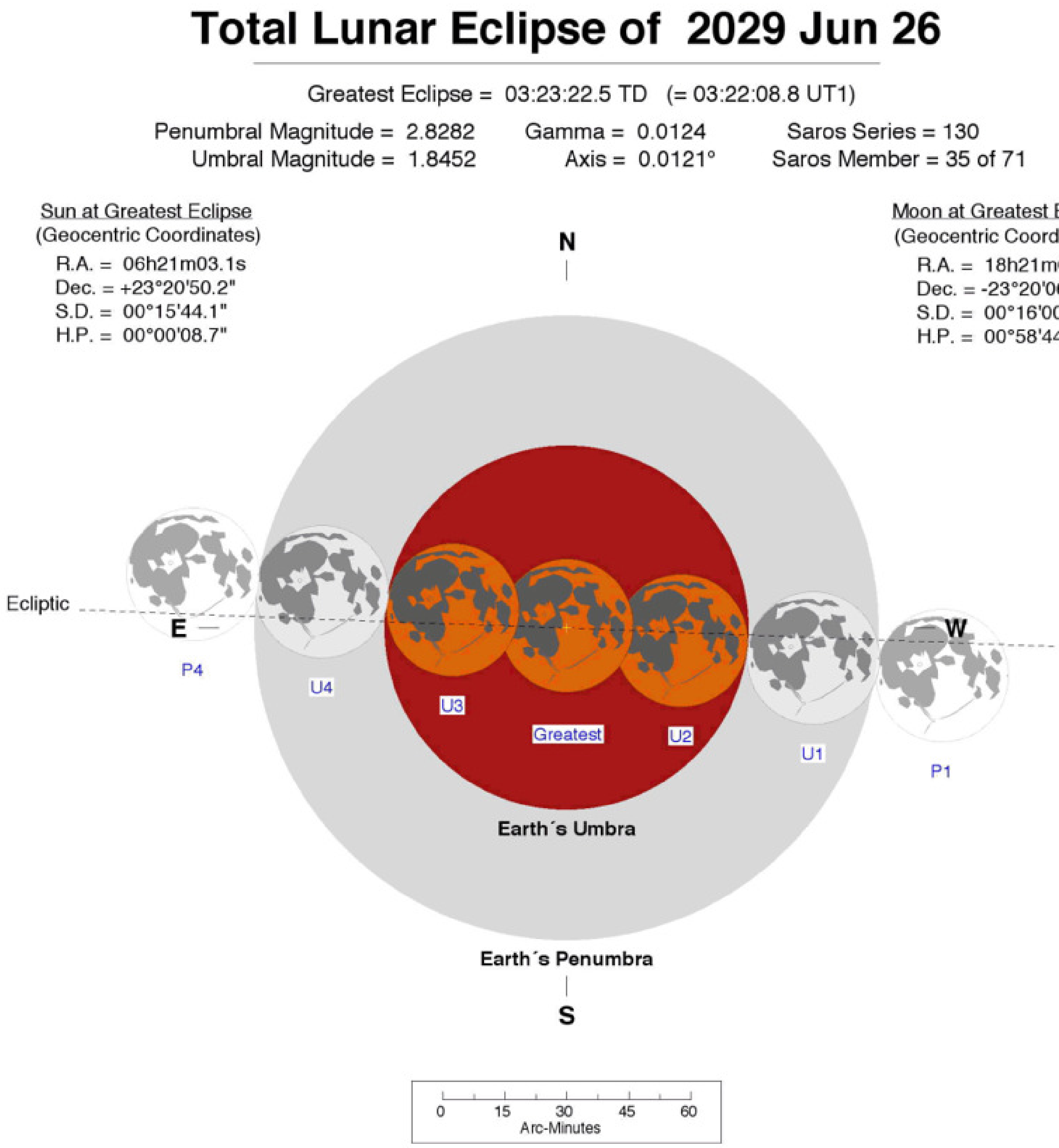

Total Lunar Eclipse of 2025 Sep 07
Greatest Eclipse = 18:12:58.0 TD (= 18:11:46.1 UT1)
Penumbral Magnitude = 2.3459
Umbral Magnitude = 1.3638
Gamma = -0.2752
Axis = 0.2721°
Saros Series = 128
Saros Member = 41 of 71
Sun at Greatest Eclipse
(Geocentric Coordinates)
R.A. = 11h06m09.1s
Dec. = +05°45'47.6"
S.D. = 00°15'52.4"
H.P. = 00°00'08.7"
Moon at Greatest Eclipse
(Geocentric Coordinates)
R.A. = 23h06m40.4s
Dec. = -06°00'08.9"
S.D. = 00°16'09.8"
H.P. = 00°59'19.1"
N
Earth´s Penumbra
Earth´s Umbra
Ecliptic
P4
E
U4
U3
Greatest
U2
U1
P1
W
S
Eclipse Durations
Penumbral = 05h27m22s
Umbral = 03h30m02s
Total = 01h22m41s
Eph. = JPL DE430
Rule = Herald-Sinnott
ΔT = 72 s
0 15 30 45 60
Arc-Minutes
©2020 F. Espenak, www.EclipseWise.com
Eclipse Contacts
P1 = 15:28:06 UT1
U1 = 16:26:51 UT1
U2 = 17:30:37 UT1
U3 = 18:53:18 UT1
U4 = 19:56:53 UT1
P4 = 20:55:28 UT1

Figura 7B


Total Lunar Eclipse of 2029 Jun 26
Greatest Eclipse = 03:23:22.5 TD (= 03:22:08.8 UT1)
Penumbral Magnitude = 2.8282
Umbral Magnitude = 1.8452
Gamma = 0.0124
Axis = 0.0121°
Saros Series = 130
Saros Member = 35 of 71
Sun at Greatest Eclipse
(Geocentric Coordinates)
R.A. = 06h21m03.1s
Dec. = +23°20'50.2"
S.D. = 00°15'44.1"
H.P. = 00°00'08.7"
Moon at Greatest Eclipse
(Geocentric Coordinates)
R.A. = 18h21m02.6s
Dec. = -23°20'06.9"
S.D. = 00°16'00.4"
H.P. = 00°58'44.7"
N
Ecliptic
E
W
P4
U4
U3
Greatest
U2
U1
P1
Earth´s Umbra
Earth´s Penumbra
S
0
15
30
45
60
Arc-Minutes

T8: Limite di Roche, sfera di Hill, punti di Lagrange (40 punti)

Sono riportati i seguenti dati astronomici:

- Le masse di Marte (M_M) e del Sole ($M_\odot$) sono espresse in masse terrestri ($M_\oplus$): M_M = 0.107 $M_\oplus$ e $M_\odot$ = 333054 $M_\oplus$.
- La distanza media Marte-Sole è r_{MS} = 1.524 UA, assumendo che Marte abbia un'orbita circolare.
- La distanza media Terra-Sole è r_{ES} = 1 UA = 1.496×10^{11} m, assumendo che la Terra abbia un'orbita circolare.
- La luna di Marte Phobos ha una massa di $M_{Phobos} = 1.5 \times 10^{-8} M_M$.
- Il periodo siderale della Terra è $P_{Sid\oplus}$ = 1 anno = 365.2564 giorni.
- Il raggio medio di Phobos è R_{Phobos} = 12.5 km.
- Il raggio orbitale di Phobos intorno a Marte è $d_{PhobosM}$ = 9380 km.
- Phobos sta spiraleggiando, avvicinandosi a Marte, alla velocità costante di 1.8 cm/anno.
- Potete utilizzare l'approssimazione:

$(1 + x)^n \approx 1 + nx$, quando $x << 1$.

- Il limite di Roche è la distanza entro la quale le forze di marea del pianeta superano la forza di gravità di un satellite.

a. Ricavate la formula per il punto di Lagrange L_1 (distanza tra il corpo secondario e il punto L_1) e calcolatene il valore numerico per il sistema Sole-Marte. Calcolate il rapporto tra il raggio orbitale di Phobos e questa distanza.

b. Ricavate la formula per il punto di Lagrange L_2 (distanza tra il corpo secondario e il punto L_2) e calcolatene il valore numerico per il sistema Marte-Phobos.

c. Ricavate la formula del limite di Roche del sistema Marte-Phobos. Stimate il tempo necessario a Phobos per raggiungere questo limite, considerando che sta spiraleggiando verso l'interno. Supponete che Phobos sia un corpo solido, trascurando la deformazione dovuta alla sua rotazione.

d. Calcolate la distanza "ℓ" tra i punti di Lagrange L_4 e L_5, per il sistema Sole-Marte.

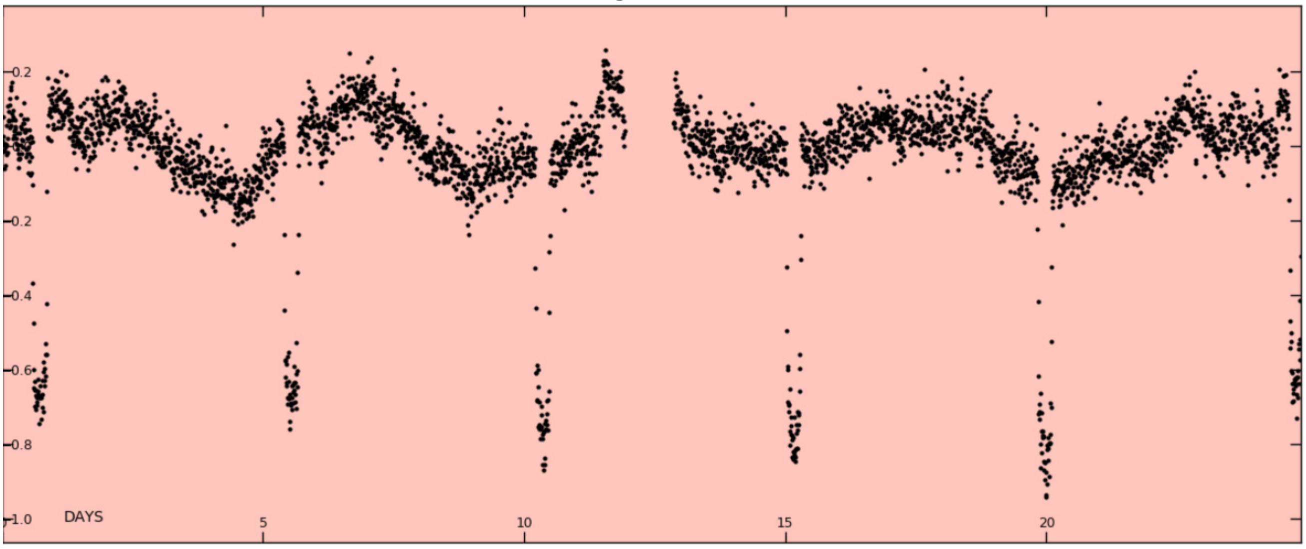
T9: Curve di luce (40 punti)

(A) Transito di un esopianeta

La figura seguente (Figura 9A) presenta la curva di luce di una stella con un esopianeta in transito. Sull'asse delle X sono rappresentati i giorni trascorsi dalla prima osservazione. Sull'asse delle Y è indicata la variazione (in percentuale) con cui la luminosità del sistema aumenta o diminuisce rispetto alla luminosità media (calcolata nei periodi in cui non c'è il transito), cioè : $100 \times \frac{L(t) - L_{media}}{L_{media}}$. Tutti i transiti sono centrali.

Determinate il periodo P del pianeta e il rapporto $\frac{raggio\ pianeta}{raggio\ stella}$.

Figura 9A



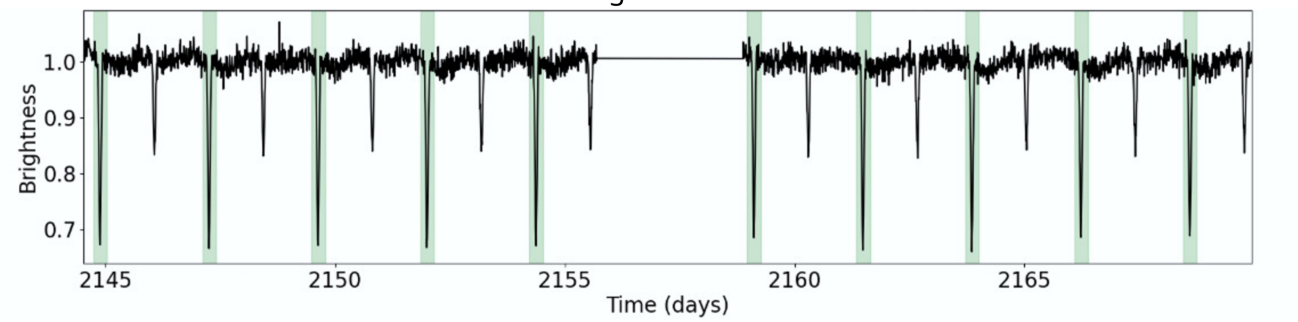
Nota: sull'asse Y "0.2" significa 0.2% e "1.0" significa 1%.

(B) Sistema di stelle binarie a eclisse

Un altro tipo di oggetto con una curva di luce interessante è un sistema di stelle binarie a eclisse. La curva di luce di un oggetto di questo tipo è presentata di seguito (Figura 9B), con l'asse X che rappresenta i giorni dall'inizio dell'osservazione e l'asse Y che rappresenta la luminosità relativa del sistema, cioè: $\frac{L(t)}{L_{media}}$.

Sapendo che la stella più piccola è più calda di quella più grande, e che tutte le eclissi sono centrali, calcolate il periodo P del sistema e il rapporto $\frac{raggio\ stella\ piccola}{raggio\ stella\ grande}$.

Figura 9B



Nota: sull'asse Y "0.7" significa 70% e "1.0" significa 100%.